

1. Find the following derivative, where a and b are constants,

$$\frac{d}{dx} \int_a^b \sqrt{(\sin^3 x + \cos^2 x) e^{\sin x}} dx = ?$$

2. Find the following derivative, where a and b are constants,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\int_a^b F(x, y, z) dx \right] = ?$$

3. Find the following derivative

$$\frac{d}{dx} \int_{g(x)}^{f(x)} h(y) dy = ?$$

第一、第二個題目是要提醒大家，針對某一個變數定積分後，新的函數就不會是該變數的函數。這個觀念，在統計熱力學中非常重要。請大家務必了解。

第三個題目，只是幫同學複習微積分，與熱力學無關，所以直接把解答寫出來，詳見下一頁解答。建議同學，先不要看解答，先試著做做看。看完解答後，也建議同學，用一些多項式，帶入 $f(x)$, $g(x)$, $h(y)$, 再將這些多項式帶入解答中左右兩式，檢查看看解答左右兩式所得到的結果是否相同。

請簡單答覆以下問題：

(1) 這次作業解答，我都懂了

(2) 這次作業解答，我大部份都懂，少部分不懂。請寫出你不懂、或有疑問的地方 _____

(3) 這次作業解答，我完全不懂。請在 **office hours** 來找老師討論。或在下次上課時，跟老師安排討論時間。

3. Find the following derivative

$$\frac{d}{dx} \int_{g(x)}^{f(x)} h(y) dy = ?$$

Solution (解答) :

Let (令)

$$H'(y) = \frac{dH(y)}{dy} = h(y)$$

It yields (由以上定義可知以下積分結果可以寫做)

$$\int_{g(x)}^{f(x)} h(y) dy = \int_{g(x)}^{f(x)} \frac{dH(y)}{dy} dy = \int_{H[g(x)]}^{H[f(x)]} dH(y) = H[f(x)] - H[g(x)]$$

Thus (因此對上式微分可得)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int_{g(x)}^{f(x)} h(y) dy &= \frac{d}{dx} \{H[f(x)] - H[g(x)]\} \\ &= H'[f(x)] \frac{df(x)}{dx} - H'[g(x)] \frac{dg(x)}{dx} \\ &= h[f(x)] \frac{df(x)}{dx} - h[g(x)] \frac{dg(x)}{dx} \end{aligned}$$

Namely, we have

$$\frac{d}{dx} \int_{g(x)}^{f(x)} h(y) dy = h[f(x)] \frac{df(x)}{dx} - h[g(x)] \frac{dg(x)}{dx}$$