

已知常態分佈 (normal distribution) 機率函數為 $f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$

(a) 證明 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx = 1$ (網路上傳作業時, 本題請選擇 A 或 B)

(A) 這題我會, 所以跳過不做

(B) 這題我不確定我會, 所以將在星期一 office hour 時間將交手稿給老師批改, 並找老師討論。

(b) 求積分值 $I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx = ?$ (網路上傳作業時, 本題請選擇 A 或 B)

(A) 這題我會, 所以跳過不做

(B) 這題我不確定我會, 所以將在星期一 office hour 時間將交手稿給老師批改, 並找老師討論。

(c) 求積分值 $I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx = ?$ (網路上傳作業時, 本題請選擇 A 或 B)

(A) 這題我會, 所以跳過不做

(B) 這題我不確定我會, 所以將在星期一 office hour 時間將交手稿給老師批改, 並找老師討論。

(d) 請找出函數 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$ 的最大值所在的 x 位置, 以及反曲點所在的 x 位置。

(網路上傳作業時, 本題請選擇 A 或 B)

(A) 這題我會, 所以跳過不做

(B) 這題我不確定我會, 所以將在星期一 office hour 時間將交手稿給老師批改, 並找老師討論。

(e) Use Excel or MATLAB to plot function $f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$

with the following sets of parameters (請取縱軸為 f 、橫軸為 x)

(i) $(\mu, \sigma) = (0, 1)$

(ii) $(\mu, \sigma) = (0, 2)$

(iii) $(\mu, \sigma) = (0, 3)$

(iv) $(\mu, \sigma) = (1, 1)$

(v) $(\mu, \sigma) = (2, 1)$

(f) 請將縱軸取為對數 scale, 重畫(e)小題中的圖形。

(g) Sketch function $P(x; \mu, \sigma) = \int_{-\infty}^x \frac{x^*}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x^* - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx^*$ based on the results obtained in Problem (e)

with the following sets of parameters (請取縱軸為 P 、橫軸為 x)

(i) $(\mu, \sigma) = (0, 1)$

(ii) $(\mu, \sigma) = (0, 3)$

(iii) $(\mu, \sigma) = (2, 1)$