

# 淺談太空電漿數值模擬

撰文 呂凌霄

太空電漿數值模擬是太空物理研究上重要的一環。它可以彌補太空觀測之時空解析度的不足，也可以用來驗證理論模式中各種假說的可行性與正確性。由於太空電漿環境的時空尺度差異甚大，因此不同尺度的太空電漿數值模擬碼所用的基本方程式都不相同。本文除了介紹不同尺度之太空電漿數值模擬碼的適用範圍，也將介紹全環境模擬碼 (global simulation codes) 的發展近況，以及跨尺度數值模擬碼的最新研究進展。

## 一、數值模擬研究太空電漿環境的必要性

太空環境中，星體與星體之間的環境，並非空無一物，而是充滿了游離態與部份游離態的氣體，我們稱它們為電漿 (plasma)。由於電漿是由氣體加熱後游離而成的，因此科學家將古典物理中物態的變化，由傳統的三種物態，擴增為四種物態，那就是固態、液態、氣態、與電漿態（註：大陸學者將 plasma 譯作等離子體，故稱物質四態為固體、液體、氣體、與等離子體）。電漿與氣體一樣，是一個由許多粒子所組成的統計熱力系統。電漿與氣體最大的不同就是它是由帶電粒子所組成的。這些帶電粒子的運動，會受到電場與磁場的影響，反過來，它們在空間中的分布以及移動，也會產生新的電場與磁場。這些新產生的電場與磁場，一方面會干擾電磁波的傳播，影響衛星通訊以及全球定位系統 (GPS) 的訊號接收情形，對飛安造成影響；另一方面也可藉由改變磁場，產生感應電動勢，對人造衛星、衛星酬載 (payload)、以及地面輸電系統，造成危害。如果能了解太空環境中這些影響電磁波傳播或造成感應電動勢的物理過程與因果關係，我們就可藉著提前預警，來大幅降低惡劣太空天氣對現代民生科技活動的影響。此外，由於電磁波可以很

有效的加熱與加速粒子，因此在太空電漿的熱力系統中，常常會有高能的宇宙射線產生 [1]。了解電漿加熱與加速的過程，一方面有助於我們進行太空天氣的預報，另一方面，對天文物理、高能物理、與另類能源的研發等研究領域，也會有所助益。

一般說來，研究太空電漿環境的方法，大致可分為四大類：觀測、理論、實驗、與數值模擬。其中，太空觀測的優點是可以讓科學家走出象牙塔，看看真實的世界；缺點是研究經費太高，因此在有限的經費限制下，資料的時空解析度無法提升，以致於常常出現瞎子摸象的窘境。理論研究所需經費最低，但是分析預測高度非線性以及動態的物理過程，往往超出目前理論研究者的能力，以致於少數理論學家，會過度簡化問題，在象牙塔裡思考問題。不過好的理論研究，不只可以協助觀測者解釋觀測到的結果，也可以協助觀測團隊擬定下一個探測目標與探測方式。至於實驗與數值模擬，它們的結果一方面可以大幅彌補觀測上時空解析度的不足，另一方面也可以用來驗證理論模式中各種假說的可行性與正確性，並提供理論學者建構與修正理論模式的線索。只不過，建立一個電漿實驗室所需的經費，與用電腦做模擬實驗所需的經費相比，前者昂貴多了。



而且電漿物理實驗，往往受限於實驗室尺度的大小，而無法複製太空中的長波物理現象。總之，太空科學就在這四種不同的研究群通力合作下，一步一步向前邁進。在國內有限的研究經費考量下，利用電漿數值模擬研究太空電漿中，高度非線性且動態的物理過程，不失為一個非常經濟有效的研究方式。

數值模擬的研究目標，不只是希望能藉由數值模擬，重現整個物理現象的時空演化情形，更希望能藉由分析模擬結果，找出整個物理過程發展的因果關係。可是值得注意的是，數值模擬太空電漿物理現象時，受到電腦運算有效位數以及計算資源的限制，目前並沒有一個萬能的模擬程式，可以用來模擬研究所有的問題。因此我們必須先進行時空尺度分析，才知道該用什麼樣時空尺度的模擬程式去研究該時空尺度的物理現象。否則，用錯模擬程式，只會得到錯誤的結論而不自知。至於跨尺度的非線性太空物理現象，可說是目前最為困難的一項研究課題，本文中也將簡單介紹目前這方面的研究進展。

## 二、太空電漿環境中的多重時空尺度現象

太空電漿環境中，時空尺度的差異甚為懸殊。原因之一，是因為帶負電的電子與帶正電的正離子，質量相差非常懸殊。因此不論是太空電漿或實驗室電漿，都會面臨一個多時空尺度的問題。也就是說，一個電漿系統的時空尺度，至少包含了電子的時空尺度與正離子的時空尺度。兩者大小相差可達兩到三個數量級。不過電子與正離子如此懸殊的時空尺度，仍可因彼此速度不同所產生的都卜勒頻移效應而發生耦合，進而引發電子與正離子的雙流不穩定（two-stream instability or Buneman instability）[2]，並產生大振幅的正離子聲波。此外，當磁場強度在沿磁場線方向出現「強弱強」這樣的變化時，部份電子在這兩個強磁區進行來回彈跳的時間就可能與部份正離子迴旋運動的時間相當，因此這些電子與正離子的運動就會發生強烈耦合，並彼此交換動量與能量[3]，產生各種不穩定波[4-5]。

除了電子與正離子時空尺度外，因為太空環境廣

大，所以遠大於正離子時空尺度的磁流體（magnetohydrodynamics, MHD）現象與波動，也可存在於太空電漿中。再加上早期太空觀測解析度較低，因此大尺度磁流體模式，在早期太空物理研究中，扮演著非常重要的角色[6]。即使在今日，磁流體模式仍是全環境數值模擬（global simulation），所常採用的電漿模式[7]。由於磁流體所採用的歐姆定律會導致磁通量凍結於電漿中[8]，因此當來自不同區域的磁流體電漿個別擴展它們的勢力範圍時，會在彼此的交界面處形成越來越薄的電流片。由於電流片兩側的電漿來自不同的區域，彼此的流速很可能不同，因此電流片兩側常有速度切，會造成不同程度的速度切不穩定（velocity-shear instability, or Kelvin-Helmholtz instability），而產生渦流或類似馬赫錐（Mach cone）一般的非線性波動[9-11]。如果電流片兩側的磁場夾角方向介於90度到180度之間，則依照過去的觀測與模擬結果顯示，這樣的電流片可能發生撕裂不穩定（tearing-mode instability），而導致磁場結構重組（magnetic reconfiguration；也稱為磁場線重聯 magnetic reconnection）[12]。不過如果進一步考慮越來越薄的電流片，則勢必需要進一步將正離子甚至電子時空尺度的效應納入考量，才能真正解析這些電流片附近的非線性物理過程[13-15]。此外，由於耗散過程有助於撕裂不穩定的發生與磁場結構重組，但是不利於速度切不穩定的發生，因此在那些加入很強的耗散效應以穩定模擬運算之 global simulation 結果中，通常只能看到撕裂不穩定與磁場結構重組（磁場線重聯）的發生[16-17]，而無法看到速度切不穩定所產生之渦流或馬赫錐波動。所以，渦流與馬赫錐波動在太空電漿整體系統的能量、動量、與擾動傳播過程中所扮演的角色，仍是一個有待研究的課題。

除了以上所討論的電子、正離子特徵時空尺度外，碰撞頻率與平均自由路徑，是另一個影響電漿特性的時空尺度。在太陽風與行星磁層中，由於電漿密度低、溫度高，因此電漿粒子間的碰撞頻率相當的小，遠小於電漿的其他特徵頻率。而且在太陽

風與行星磁層中所觀測到的各種電流片與激震波等邊界層的厚度，也遠小於當地電漿發生碰撞的平均自由路徑。因此這些低密度的太空電漿，常被冠以「無碰撞電漿」(collisionless plasma)的雅號。由於缺乏碰撞，無碰撞太空電漿在速度空間中的分布，比較不容易達到傳統氣體動力論中，熱平衡態所呈現的常態分布狀態。因此，研究無碰撞電漿中，電漿的加熱與加速過程，就必須仰賴那些能解析電漿在速度空間中分布情形的統計熱力電漿數值模擬碼 [14,18-20]，而不能仰賴傳統的流體數值模擬碼所獲得的模擬結果。因為在傳統的流體數值模擬中，遇到電漿的加熱問題，總不外乎用假設的狀態方程式 (equation of state)，或用參數化的熱傳導模式，來處理電漿的加熱問題。這樣的處理方式，除了藉由調整參數，來滿足統計上或一時的觀測結果外，其實並無法對造成加熱的物理過程，提供任何驗證或說明。而參數的選取，也往往會隨著觀測資料的時空解析度增加，而變得越來越困難。

相對於磁層與太陽風中的無碰撞電漿，行星的電離層底部、太陽的色球層、以及天文物理中星系或恆星系形成前的吸積盤 (accretion disk) 結構，都是由部份游離的電漿所組成的。這種部份游離的電漿，它們的密度比較高，溫度比較低，以致於它們與中性氣體的碰撞頻率等於或大於電漿的其他特徵頻率 (例如迴旋頻率)，因此它們與中性氣體的碰撞，會明顯影響它們的運動。也就是說，部份游離電漿的行為，會受到中性氣體運動的影響。反過來，它們也會加熱鄰近的中性大氣，進而影響中性大氣的運動。因此，研究部份游離的電漿行為，就必須考慮中性氣體的運動以及電漿與中性氣體藉著碰撞而交換動量與能量的效率。此外，當帶電粒子與中性氣體的碰撞頻率，恰好介於電子與正離子迴旋頻率之間時，就會出現“無碰撞的電子”與“有碰撞的正離子”，這時就會出現明顯的霍爾效應 (Hall effect)，產生霍爾電場與霍爾電流。霍爾效應會造成電離層 E 層中電場觀測困難，無法再依賴電漿流速來估算電場，因此更需要數值模擬與理論來彌補這

個觀測上的空窗地帶。

### 三、太空電漿數值模擬研究的發展方向

太空電漿數值模擬，就是利用數值的方法，去積分一組含有時間微分項的電漿運動方程式，以及馬克斯威爾方程式 (Maxwell equations)。不同時空尺度的模擬碼所用的基本方程式，以及所選用的參數，都不相同。理論上，就像線性波的分析一樣，大尺度的方程式，都是經過簡化後的方程式，因此是無法涵蓋較小時空尺度的物理現象 [21-23]。反之，未經簡化或簡化較少的方程式，理論上只要有足夠的電腦計算資源，以及足夠精確的模擬程式，就應該可以在長期模擬後，同時獲得小尺度與較大尺度的物理變化情形。

早期因為電腦僅供少數高階運算之用，電腦科技成長緩慢。過去數十年來，拜個人電腦、通訊產業、網路金融產業、乃至電動遊戲等民生市場需求之賜，電腦硬體技術大幅提升。因此各先進國家，莫不競相建構超級電腦中心。此時如果引進他人研發的數值模擬碼，往往必須配合該模擬碼採購一套硬體設備，才能執行該程式。這樣的優點是，減少了研發數值模擬碼的時間。缺點是當電腦技術快速發展時，仍須守著過時的電腦，來以配合舊有的程式。為此，美國的太空天氣模式整合中心 CCMC [24] 設計出一套雙贏的辦法，那就是請需要用電腦模擬來驗證其理論或強化其觀測結果的學界人士，直接向擁有大型模擬碼的研發單位，提出模擬計算的需求 [25]，由該單位進行模擬，並將模擬結果放在網路上供學界所有成員參考 [26]。這樣做的好處很多。一方面大型模擬計算程式的研發單位可以省去指導他人使用複雜程式的時間，也保障其智慧財產，但更重要的是，使用者也不必為了執行少量的數值模擬運算而花大錢買超級電腦，或大費周章去申請超級電腦的使用資源與學習使用複雜的模擬程式。目前 CCMC 所提供的大尺度模式 [27]，可分為兩大類，一類是根據長期觀測結果所統計出來的經驗模式，如電離層的 IRI 模式。另一類是根據磁流體方程式



或其他大尺度物理方程式所設計出來的數值模擬碼。其中比較著名的包括了電離層 TIE-GCM 碼 [28]、可變格點大小的磁流體 BATS-R-US 碼 [29]、以及由 BATS-R-US 碼所衍生之各類型太空天氣模擬碼 [30]。由於這套 BATS-R-US 碼可以展示日冕物質拋射後撞擊地球磁層的壯觀景象，因此算是目前最熱門的一個日地環境模擬碼。可是不論 BATS-R-US 模擬碼如何縮小網格點大小，此模擬碼還是無法解析小尺度的物理現象，因為它所用的基本方程式，就是經過簡化後的磁流體方程式，而且它所用的上風法 (upwind scheme) 與所選取的參數造成較大的耗散過程，因此無法解析因為風切所造成的小尺度擾動。除了 CCMC 所列的各種 global simulation codes [27] 外，阿拉巴馬大學研究群也根據大氣同化 (assimilation) 數值預報的概念，發展了一套具有動態太陽表面邊界條件之日冕與行星際空間數值模擬碼 [31-32]。國內研究群也準備將福衛三號所收集到的及時電離層資料，加入 TIE-GCM 碼中，發展電離層同化數值模擬碼。相信同化數值模擬會是未來太空天氣 global simulation codes 的重要發展趨勢。

除了這些大尺度的太空模擬程式外，中小尺度的太空電漿模擬程式也有多年的發展歷史。進行中小尺度數值模擬的目的，不外乎要解釋觀測到的各種中小尺度非線性物理現象，包括各種風切不穩定 [9-11, 15, 33-35]、正離子時空尺度與電子時空尺度之磁場結構重組等過程 [13-14]。另外，極光上空以及太陽閃焰上空電子加速過程、太空中無碰撞激震波 (collisionless shock) 對粒子的加熱過程 [18, 36]、以及無碰撞激震波前方之電子回流區 (electron foreshock) 與正離子回流區 (ion foreshock) 中高能粒子的加速過程 [18]，都需要統計熱力模擬才能解釋。藍永強與邱行偉 [37] 曾經就傳統電漿數值模擬中常用的小尺度粒子模擬碼與大尺度磁流體碼做了基本的介紹，其中粒子模擬碼就是一種統計熱力模擬碼。雖然目前已經有各種免費版與商業版之粒子模擬碼可供選用 [37]，但這些傳統粒子模擬碼的精確度仍有待提升。這可由參考文獻 19 之圖 A.3 與圖 A.4 的

結果比較可知，雖然傳統粒子模擬碼長時間運算都很穩定，但因為模擬結果不夠精確，以致於長時間運算後，雜訊會超過訊號強度，而無法顯現實際的物理過程。

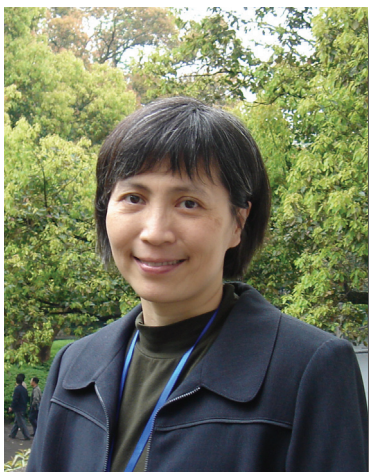
我們可由泰勒展開式來分析數值模擬碼中數值積分、數值微分、以及粒子模擬碼中的數值內差與數值權重的精確度。理論上，越高階的數值方法，誤差就越小。在時間的積分上，可依照 Shampine and Gordon 的建議 [38]，採用四階隱式的積分法，進行最有效率的積分 [19-20, 38]。可是在空間微分的問題上，過去大家都不採用高階的數值方法，原因是越高階的空間微分結果越不穩定。而傳統上用來壓抑數值誤差的數值擴散法 (diffusion) 或平滑法 (smoothing)，對高階差分之數值不穩定問題也完全失效。我們仔細探究此不穩定的成因發現，這是因為浮點運算的有效位數是有限的，因此在接近均勻的系統中，左右網格點上的資料相減後，會出現正負相間的亂數。這種誤差在高階微分計算中，很容易被放大，因此我們決定治病於未病時，也就是在計算兩數相減時，如果兩數差值的絕對值，小於其中任一數的相對誤差絕對值，我們就認定此兩數的差值為零。因此我們成功抑制了因溢位數值誤差所產生的格點間短波雜訊 [19]。有了精確的高階數值模擬碼，我們就可以進行跨尺度的數值模擬 [19-20]，並成功的模擬出科學家在地球船震波 (bow shock) 之電子回流區所觀測到的非線性正離子聲波結構 [39]。

#### 四、總結與討論

太空電漿數值模擬是太空物理研究上重要的一環。它可以彌補太空觀測之時空解析度的不足，也可以用來驗證理論模式中各種假說的可行性與正確性。太空數值模擬與觀測、理論、和實驗之間密切的合作與互補，不斷提升我們對太空環境的了解。隨著電腦科技的進步，太空數值模擬也像大氣預報模式一般，朝向 global simulation codes 的方向發展。然而誠如 Parker 教授在批評太陽磁場產生過程的數

值模擬研究時所說的，初步的研究可以用簡單的參數項來取代詳細的物理過程。但是我們不應就此「滿足於」參數項所帶給我們的表面結果，而應該努力探討那些參數項所代表的物理過程 [40]。在太空電漿數值模擬研究中，我們就是不滿足於大尺度流體模擬碼所用的狀態方程式與參數項所帶給我們的宏觀模擬結果，所以不斷改進那些能涵蓋統計熱力效應的小尺度電漿數值模擬碼。我們本著「預防勝於治療」的精神，藉著抑制「溢位數值誤差」所產生

的格點間短波雜訊，成功解決了「高階差分法反而不穩定性」的歷史難題，替未來跨尺度數值模擬研究，開啟了嶄新的一頁。我們希望未來能由這些低雜訊跨尺度數值模擬研究結果中，徹底了解太空電漿中的各種熱力轉換過程以及不同時空尺度物理現象之間的耦合過程。如此我們才能設計出更合理更有效率的理論模式，做為大尺度數值模擬碼改進之依據。



## 作者

呂凌霄  
國立中央大學太空科學研究所  
E-mail: lyu@jupiter.ss.ncu.edu.tw

## 參考文獻

- [1] 葉永烜 (2011), 宇宙線和莫內的荷花池, *物理雙月刊*, 33 卷, p.260.
- [2] Chen, F. F. (1984), *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion, Volume 1: Plasma Physics*, 2nd edition, pp. 211-214, Plenum Press, New York.
- [3] Sperling, J. L. (1982), Wave heating models for ion cyclotron heating in ELMO Bumpy Torus Scale, *Phys. Fluids* 25, 1403, doi: 10.1063/1.863916
- [4] Lyons, L. R., and R. M. Thorne (1972), Parasitic pitch angle diffusion of radiation belt particles by ion cyclotron waves, *J. Geophys. Res.* 77, 5608–5616, doi:10.1029/JA077i028p05608.
- [5] Thorne, R. M., Y. Y. Shprits, N. P. Meredith, R. B. Horne, W. Li, and L. R. Lyons (2007), Refilling of the slot region between the inner and outer electron radiation belts during geomagnetic storms, *J. Geophys. Res.* 112, A06203, doi:10.1029/2006JA012176
- [6] Kantrowitz, A., and H. E. Petschek (1966), MHD characteristics and shock waves, in *Plasma Physics in Theory and Application*, edited by W. B. Kunkel, p. 184, McGraw-Hill, New York.
- [7] Gombosi, T. I., D. L. De Zeeuw, R. Haberli, K.G. Powell (1996). A 3D multiscale MHD model of cometary plasma environments, *J. Geophys. Res.* 101, 15233-15253.
- [8] Lyu, Ling-Hsiao (2010), *Elementary Space Plasma Physics*, Appendix C. Frozen-in flux, p. 173, National Central University Press & Airiti Press, Chung-li, Taiwan, R.O.C.
- [9] Lai, S. H., and L. H. Lyu (2006), Nonlinear evolution of the MHD Kelvin-Helmholtz instability in a compressible plasma, *J. Geophys. Res.* 111, A01202, doi:10.1029/2004JA010724.
- [10] Lai, S. H., and L. H. Lyu (2008), Nonlinear evolution of the jet-flow-associated Kelvin-Helmholtz instability in MHD plasmas and the formation of Mach-cone-like plane waves, *J. Geophys. Res.* 113, A06217, doi:10.1029/2007JA012790.
- [11] Palermo, F., M. Faganello, F. Califano, F. Pegoraro, and O. Le Contel (2011), Compressible Kelvin-Helmholtz instability in supermagnetosonic regimes, *J. Geophys. Res.* 116, A04223, doi:10.1029/2010JA016400.

- [12] Yu, H. S., L. H. Lyu, and S. T. Wu (2011), On the causes of plasmoid acceleration and changes in magnetic flux in a resistive magnetohydrodynamic plasma, *Astrophys. J.* 726, 79.
- [13] Otto, A. (2001), Geospace Environment Modeling (GEM) magnetic reconnection challenge: MHD and Hall MHD-constant and current dependent resistivity models, *J. Geophys. Res.* 106, 3751–3757, doi:10.1029/1999JA001005.
- [14] Daughton, W., J. Scudder, and H. Karimabadi (2006), Fully kinetic simulations of undriven magnetic reconnection with open boundary conditions, *Phys. Plasmas* 13, 072101, doi:10.1063/1.2218817.
- [15] Nakamura, T. K. M., M. Fujimoto, and A. Otto (2008), Structure of an MHD-scale Kelvin-Helmholtz vortex: Two-dimensional two-fluid simulations including finite electron inertial effects, *J. Geophys. Res.* 113, A09204, doi:10.1029/2007JA012803.
- [16] Watanabe, M., K. Kabin, G. J. Sofko, R. Rankin, T. I. Gombosi, and A. J. Ridley (2010), Dipole tilt effects on the magnetosphere-ionosphere convection system during interplanetary magnetic field BY-dominated periods: MHD modeling, *J. Geophys. Res.* 115, A07218, doi:10.1029/2009JA014910.
- [17] Lugaz, N., C. Downs, K. Shibata, I. I. Roussev, A. Asai, and T. I. Gombosi (2011), Numerical investigation of a coronal mass ejection from an anemone active region: Reconnection and deflection of the 2005 August 22 eruption, *Astrophys. J.* 738, 127 doi:10.1088/0004-637X/738/2/127.
- [18] Lyu, L. H., and J. R. Kan (1993), Ion dynamics in high-Mach-number quasi-parallel shocks, *J. Geophys. Res.* 98, 18,985.
- [19] Tsai, T. C., L. H. Lyu, J. K. Chao, M. Q. Chen, and W. H. Tsai (2009), A theoretical and simulation study of the contact discontinuities based on a Vlasov simulation code, *J. Geophys. Res.* 114, A12103, doi:10.1029/2009JA014121.
- [20] 蔡宗哲 (2010) , 靜電激震波之電漿動力數值模擬與理論研究, 國立中央大學, 博士論文。
- [21] Lyu, Ling-Hsiao (2010), *Elementary Space Plasma Physics*, Chapter 3, pp. 25-46, National Central University Press & Airiti Press, Chung-li, Taiwan, R.O.C.
- [22] 黃郁淳 (2011) , 太空電漿中跨尺度快波中速波與慢波的頻散關係之研究, 國立中央大學, 碩士論文。
- [23] Stringer, T. E. (1963), Low-frequency waves in an unbounded plasma, *Plasma Phys. J. Nucl. Energy, Part C* 5, 89.
- [24] The Community Coordinated Modeling Center (CCMC)  
<http://ccmc.gsfc.nasa.gov/about.php>
- [25] <http://ccmc.gsfc.nasa.gov/requests/requests.php>
- [26] <http://ccmc.gsfc.nasa.gov/results/index.php>
- [27] CCMC Hosted Models at a Glance [http://ccmc.gsfc.nasa.gov/models/models\\_at\\_glance.php](http://ccmc.gsfc.nasa.gov/models/models_at_glance.php)
- [28] Thermosphere Ionosphere Electrodynamic General Circulation Model (TIE-GCM)  
<http://www.hao.ucar.edu/modeling/tgcm/tie.php>
- [29] BATS-R-US, the Block-Adaptive-Tree-Solarwind-Roe-Upwind-Scheme  
<http://ccmc.gsfc.nasa.gov/models/modelinfo.php?model=BATS-R-US>
- [30] <http://ccmc.gsfc.nasa.gov/models/modelinfo.php?model=SWMF/SC/IH>
- [31] Wu, S. T., A. H. Wang, Y. Liu, J. T. Hoeksema (2006), Data-driven magnetohydrodynamic model for active region evolution, *Astrophys. J.* 652, 800-811.
- [32] Wang, A. H., S. T. Wu, E. Tandberg-Hanssen, and F. Hill (2011), Utilization of multiple measurements for global three-dimensional magnetohydrodynamic simulations, *Astrophys. J.* 732, doi:10.1088/0004-637X/732/1/19
- [33] Zalesak, S. T., and S. L. Ossakow (1980), Nonlinear equatorial spread F: Spatially large bubbles resulting from large horizontal scale initial perturbations, *J. Geophys. Res.* 85, 2131–2142, doi:10.1029/JA085iA05p02131.
- [34] Chou, S. Y., and F. S. Kuo (1996), A numerical study of the wind field effect on the growth and observability of equatorial spread F, *J. Geophys. Res.* 101, 17,137.
- [35] Huba, J. D., S. L. Ossakow, G. Joyce, J. Krall, and S. L. England (2009), Three-dimensional equatorial spread F modeling: Zonal neutral wind effects, *Geophys. Res. Lett.* 36, L19106, doi:10.1029/2009GL040284.
- [36] Lembege, B., and J. M. Dawson (1987), Self-consistent study of a perpendicular collisionless and nonresistive shock, *Phys. Fluids* 30, 1767.
- [37] 藍永強、邱行偉 (2006) , 電漿模擬, 物理雙月刊, 28 卷, p.497.
- [38] Shampine, L. F., and M. K. Gordon (1975), *Computer Solution of Ordinary Differential Equation: the Initial Value Problem*, W. H. Freeman and Company, San Francisco.
- [39] Hobara, Y., S. N. Walker, M. Balikhin, O. A. Pokhotelov, M. Gedalin, V. Krasnoselskikh, M. Hayakawa, M. André, M. Dunlop, H. Rème, and A. Fazakerley (2008), Cluster observations of electrostatic solitary waves near the Earth's bow shock, *J. Geophys. Res.* 113, A05211, doi:10.1029/2007JA012789.
- [40] Parker, E. N. (2009), Solar magnetism: The state of our knowledge and ignorance, *Space Sci. Rev.* 144, 15–24, doi:10.1007/s11214-008-9445-x.