

陀螺儀的應用與原理

大氣 2B 107601530 張凱洵

一、原理概述

- 陀螺儀概述

陀螺儀 (gyroscope) 是一種用來感測與維持方向的裝置，主要是由一個位於軸心且可旋轉的轉子、轉軸與常平架構成。由於陀螺儀轉動時，轉子的角動量守恆，因此當陀螺儀開始轉動後，陀螺儀的轉軸方向會固定不變。這樣的特性使的陀螺儀在科學、航空、軍事等各個領域有著廣泛的應用^[1]。

- 原理^[2]

1、 角動量守恆

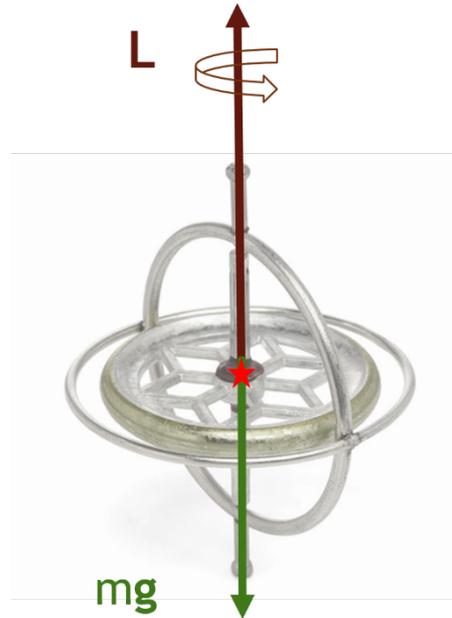
在講述角動量守恆之前我們先介紹兩個公式：

角動量： $L = r \times p$ ($p = mv$)，力矩： $\tau = \frac{dL}{dt}$ 。

角動量守恆原理: 若無外力矩，則剛體的角動量不變。

因此 $\tau = \frac{dL}{dt} = 0 \rightarrow L = \text{constant}$ 。

從角動量守恆得知，若無外力對旋轉中的陀螺儀產生一力矩，則陀螺儀角動量不變，即轉軸指向方向不變。這樣的特性被稱為「定軸性」。

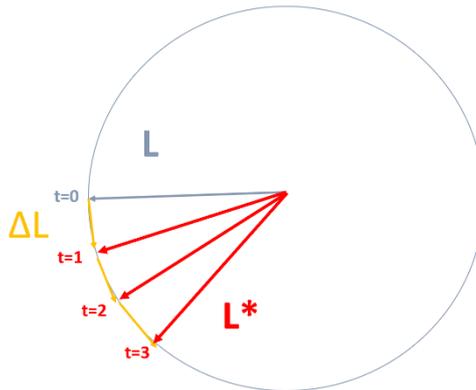


2、 進動與章動

A、 進動

在旋轉中的陀螺儀，如果施以外力在轉子旋轉軸上，則旋轉軸並不會沿著施力方向運動，而是順著轉子旋轉 90 度垂直施力方向運動。

因為 $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ ，因此若給陀螺儀一個力，則會在垂直 \mathbf{r} 跟 \mathbf{F} 的方向產生一力矩（根據右手定則），又 $\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta L}{\Delta t} \rightarrow \tau \Delta t = \Delta L$ ，因此隨著時間 Δt ，會產生 ΔL ，又原本有一角動量 L ，於是角動量最後會變成 $L^* = L + \Delta L$ ，可看成一直角三角形，陀螺儀轉軸的指向便隨著新的 L^* 改變。若外力一直存在，則會不斷產生 ΔL ， L^* 的方向會一直不斷改變，最後則會像是順著垂直施力方向作圓周運動。這樣的特性則被稱為「**逆動性**」，利用此特性配合儀器便可計算出設備的角速度。



當 $\Delta\theta$ 很小時， $\frac{\Delta L}{L} \cong \Delta\theta$ ，又 $\Delta L = \tau\Delta t$ ，因此， $\Delta\theta = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\tau\Delta t}{L}$
 $\rightarrow \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\tau}{L} = \Omega$ (進動角速率)。

由上式得知，當陀螺轉速因摩擦力逐漸變慢時，角動量變小，進動角速率變大，陀螺進動越快。若施作在陀螺儀上的外力大時，進動角速率也會變大。

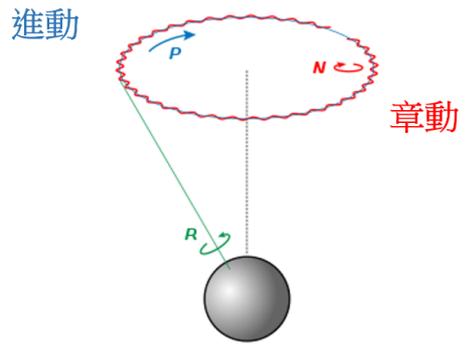
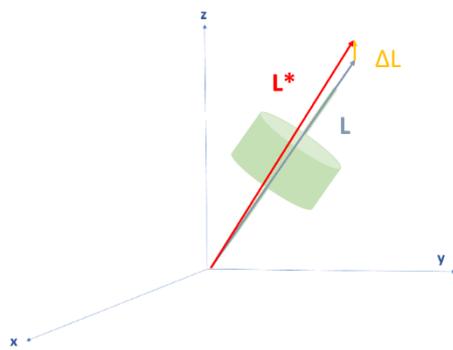
若設施力的主要來源來自於地球重力，則 $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = r(mg)$ ，帶入上式的進動角速率公式，

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{rmg}{L} = \frac{rmg}{I\omega} = \frac{rmg}{(Cmr^2)\omega} = \frac{rg}{Cr^2\omega}$$

因對任意形狀的陀螺來說其轉動慣量 I 可以寫成 Cmr^2 ，由上式可知陀螺進動的現象與陀螺本身的質量無關。

B、章動

當陀螺儀在進動過程中受到一小擾動時，會產生一 z 方向的 ΔL 。因此進動過程中的 $L^* = L + \Delta L$ 會因這 ΔL ，而偏離原本的自轉軸，此陀螺儀就會像垂吊著的彈簧受力一樣，不停上下晃動，這便是陀螺儀的「章動」現象



[3]

二、用途與應用

- 用途^[4]

透過它的**定軸性**與**逆動性**，我們能將陀螺儀應用於以下用途。

1、 陀螺儀作為穩定器，增加各種設施的穩定性。

因陀螺儀定軸性的特性，在不受外力的影響下，陀螺儀不會偏離轉軸所指方向，因此在方向定位與保持姿態上有很大的用途。

2、 陀螺儀可用來感測信號。

因其逆動性的特性，當陀螺儀感受到外力作用時，會產生進動。當其產生進動時配合感測器便能產生訊號，並且再配合原理所推導的進動角速率，便可以判斷設備偏轉的角度。

- 應用實例^[5]

- 1、 傳統陀螺儀——穩定飛機的飛行

- A、 水平陀螺指示儀（姿態儀）^[7]

在儀錶板上會顯示飛機俯仰（pitch）和側滾（roll or bank）的狀態。由於陀螺儀的定軸性，可保持水平桿和側滾指針不動，而儀錶板外殼和殼上的小飛機以及側滾刻度盤，會跟著飛機的飛行姿態而運動。因此便能知道飛機當下的狀態並作調整。

- B、 方向陀螺指示儀（航向儀）^[8]

指示飛機飛行的方向，並且可做為精確轉彎的指示參考。靠陀螺自身的定軸性來正確地指示方向，當轉彎時利用齒輪帶動儀錶板上刻度的轉變，但陀螺儀的方向仍舊保持不變。然而因為陀螺儀與儀錶板之間的齒輪會給陀螺儀一個微小外力，而造成進動，因此每 15 分鐘需要由駕駛員做一次人工校正。

- C、 轉彎傾斜指示儀（轉彎側滑儀）^[9]

是一種速率陀螺儀，利用陀螺的進動性，指示飛機轉彎時的速

率，當其速率為兩分鐘迴轉一圈時，會依照它的進動方向在儀錶板上偏離一個刻度，其為最舒適的轉彎速率。若超過刻度則必須做轉彎速率挑整。在轉彎儀中，陀螺儀相對於水平方向傾斜 30 度，因此它既能反映側傾 (yaw) 也能反映偏轉 (roll)。

(※若想知道更多相關資訊，可以點入參考資料[6]跟[12])

2、 現代陀螺儀^[10]

現代陀螺儀多跟電子設備或是感測器做一結合，也不再使用傳統的機械零件，轉而使用光或是電路等方法。因為跟傳統陀螺儀一樣，應用於定位方向跟感測角度變化，因此雖然原理已跟傳統陀螺儀不同，但仍稱其為陀螺儀。

A、 環形雷射陀螺儀 (RLG)

利用 Sagnac 效應，計算在整個設備旋轉之下，不同方向的雷射光之間會產生一相位差，感測其相位差便能得知整個設備的角度變化。

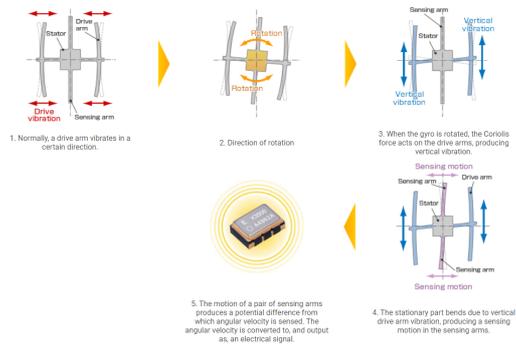
B、 光纖陀螺儀 (FOG)

跟 RLG 一樣，使用 Sagnac 效應。但與 RLG 不同的是，它使

用多線圈使光傳播，使的每個效果多次複合，便能提升角度變化的靈敏度。

C、 MEMS 陀螺儀 (MEMS)

為一種結合了機械振動和科氏力的電子陀螺儀。電容模塊與另一個模塊以固定的相位反相振盪。隨著設備旋轉，由於塊的相位差，塊的科氏力會沿相反的方向（垂直於旋轉軸）略微移動它們。力的這種差異會感應板下方的電容，以測量物體的總體角速度。



[11]

參考資料：

[1] <https://www.shs.edu.tw/works/essay/2017/04/2017040509595458.pdf>

[2] <http://ntour.ntou.edu.tw:8080/ir/bitstream/987654321/41392/2/228.pdf>

[3] <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%AB%A0%E5%8B%95>

[4] <https://www.shs.edu.tw/works/essay/2015/11/2015111510200193.pdf>

[5] <https://blog.xuite.net/c77575/twblog/165938474->

<https://blog.xuite.net/c77575/twblog/165938474-%E9%A3%9B%E6%A9%9F%E7%9A%84%E7%9C%BC%E7%9D%9B%E2%94%80%E>

2%94%80%E6%B7%BA%E8%AB%87%E9%99%80%E8%9E%BA%E5%84%80

[6] <http://www.youtube.com/watch?v=hVsx4XWafXg>

[7] https://en.wikipedia.org/wiki/Attitude_indicator

[8] https://en.wikipedia.org/wiki/Heading_indicator

[9] https://en.wikipedia.org/wiki/Turn_and_slip_indicator

[10] <https://www.ceva-dsp.com/ourblog/exploring-the-application-of-gyroscopes/>

[11] https://www5.epsondevice.com/en/information/technical_info/gyro/

[12] https://www.youtube.com/watch?v=AHwgu-z_RuU