

狹義相對論

大氣 2B 107601024 張宇彤

一、 目的：

狹義相對論中說到速度會對時間（時間膨脹）及長度（長度收縮）造成影響，因此我們要以數學式的方向來去理解它的推導。

二、 基本原理：

1. 光速不變原理： $c = 299792458 \text{ m/s}$
2. 狹義相對性原理：在所有慣性系中，物理定律有相同的表達形式。

三、 推導過程：

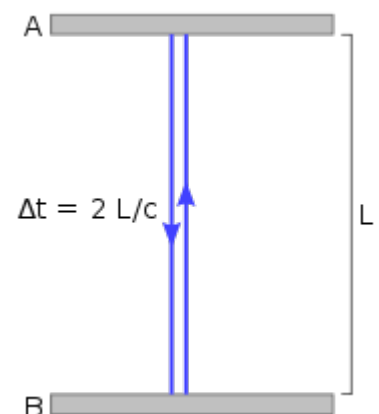
1. 時間膨脹：

參考系靜止時，

設有 A, B 兩面鏡子相距 L ，

光來回一次所需時間 $\Delta t = \frac{2L}{c}$ ，

如右圖。



參考系以 v 速移動時，光的路徑更長了，

但因光速不變原理，移動中觀測者的

時間便會走得較慢

光速來回一次的時間為

$$\Delta t' = 2 \frac{D}{c}$$

路徑一半可寫為

$$L = \sqrt{D^2 - \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2}$$

$$\frac{c\Delta t}{2} = \sqrt{\left(\frac{c\Delta t'}{2}\right)^2 - \left(\frac{v\Delta t'}{2}\right)^2}$$

$$\text{化簡後 } \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

這表示移動時鐘的週期比參考系的時鐘要慢這個事實。

2. 長度收縮:

長度收縮，應該是「與長棒不同運動座標系的觀測者」，「同時」觀測長棒兩個端點，才會發生的現象。

長度收縮也能通過時間膨脹推導。

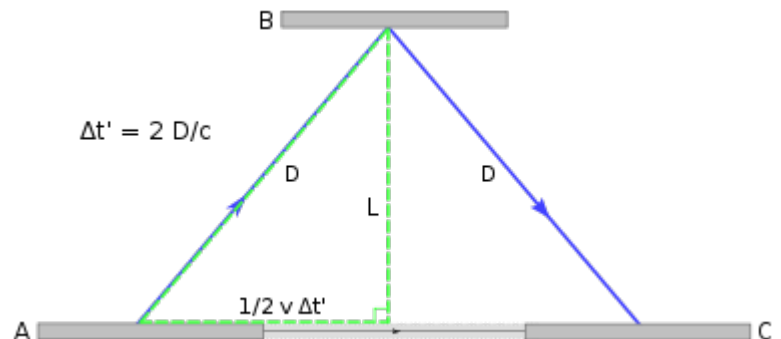
時鐘運動時間 T 與其原時 T_0 滿足：

$$T = T_0 \cdot \gamma$$

這裡的 T_0 與後面的 T'_0 有何關係？
為什麼這裡的 T 看起來是運動系的時間， T_0 是靜止系的時間。但是後面卻反過來？

設一根原長為 L_0 的長棒在 S 系中靜止，而時鐘在 S' 系中靜止。在 S 系中，時鐘在長棒從一個端點

你沒有說清楚，也沒有在圖中清楚標示，鏡子B是否也跟著鏡子A一起運動？建議加註說明。



到另一個端點的運動時間為 $T = L_0/v$ ，在 S' 系中則為 $T'_0 = L'/v$ 。因此 $L_0 = Tv$ ，而 $L' = T'_0v$ 。通過插入時間膨脹方程式，長度之間的比值為：

$$\frac{L'}{L_0} = \frac{T'_0v}{Tv} = 1/\gamma$$

因此，在 S' 系中測得的長度為：

$$L' = L_0/\gamma$$

也就是說，時鐘在 S 系中的運動時間要比在 S' 中長（ S 系中的時間膨脹效應），對應地，長棒在 S 系中的長度也就比 S' 中的長（ S' 系中的長度收縮效應）。類似地，如果時鐘和長棒分別在 S 和 S' 中靜止，對應的結果則為：

$$L = L'_0/\gamma$$

四、 討論：

時間膨脹效應與長度收縮確實每個時刻都在發生，但效應不大讓人們難以察覺。可是在太空中執行任務的衛星與太空人們就不能小看這個現象。

太空人的運動速度遠小於光速。反而是地面上的加速器所產生的粒子，以及電子的運動，以及電磁波的傳播，常以接近光速的速度運動或傳播，所以要考慮相對論效應。

五、 參考文獻：

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%8B%AD%E4%B9%89%E7%9B%B8%E5%AF%B9%E8%AE%BA>

~ 狹義相對論

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%99%82%E9%96%93%E8%86%A8%E8%84%B9>

~ 時間膨脹

<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%95%BF%E5%BA%A6%E6%94%B6%E7%BC%A9>

~ 長度收縮