

力學期末報告

SWEET POINT

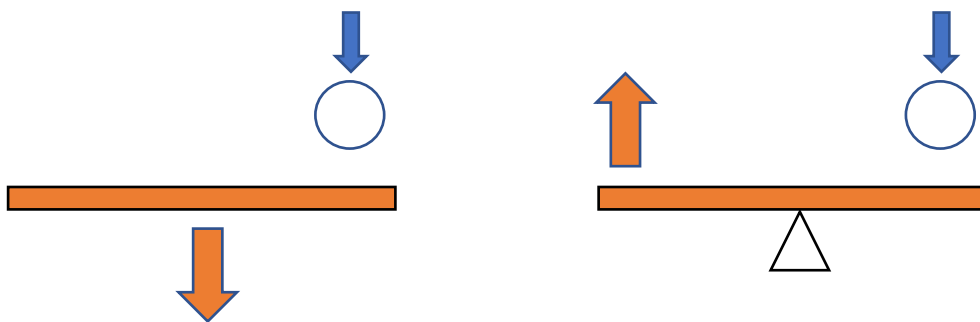
105202006 邵詳崑

1. 報告主題：甜蜜點(sweet point)

在日常生活中，因為我喜歡打羽球的關係，常常會在球場上聽到學長或著老師說過，球要打在拍子的甜蜜點上才能打得遠又比較省力。再加上最近突然有一個很多人挑戰的酒瓶挑戰^[1]，一查才發現原來也是使用甜蜜點的原理，因此想研究這個主題。

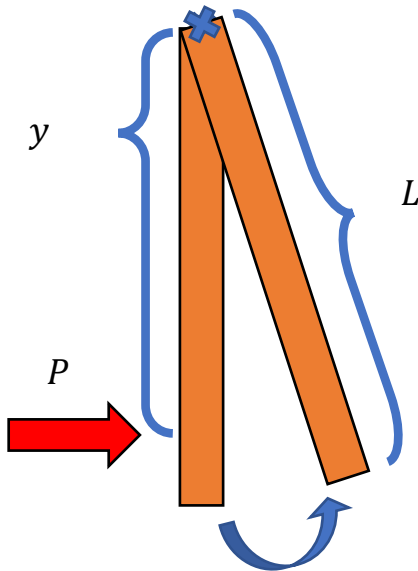
2. 原理

當使用棒狀物敲擊物品時，棒子上會產生兩種力，一個是敲擊物品時，棒子會因反作用力向後推。另一種是物品打到棒子時，物品會給棒子一個繞質心旋轉的力。當這兩種力剛好相抵消時，揮擊棒子的人就會因感受不到擊中物品的反作用力而特別省力。



3. 如何找到甜蜜點

有一根長 L 的均勻木棒如下圖，要以此木棒打擊物品，並尋找出他的甜蜜點，我們可以假設手握的位置是木棒頂端，因此他的頂端在這次打擊中是不移動的。假設在距離頂點 y 的位置打擊物品，且物品給木棒一個動量 P 。



在這裡 P 會給木棒造成兩種運動狀態：

$$\text{移動：}\vec{P} = M\vec{V}_{CM}$$

$$\text{轉動：}\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = \left(y - \frac{L}{2}\right) \times P \text{ (以質心為轉動中心)}$$

$$\text{當木棒以質心為中心旋轉時：} I = \frac{ML^2}{12}$$

$$\text{又}\vec{L} = I\vec{\omega} = \frac{ML^2}{12}\vec{\omega}$$

因此可以算出木棒旋轉的角速度 ω ：

$$\left(y - \frac{L}{2}\right) \times P = \frac{ML^2}{12} \omega \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{12P}{ML^2} \left(y - \frac{L}{2}\right)$$

此時看回手握的位置(固定不動的位置 X)

$$\text{不移動} \quad \Rightarrow \quad V_{\text{向左}} = V_{\text{向右}}$$

向左的速度是轉動造成的

$$\vec{V}_{\text{向左}} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \frac{L}{2} \omega = \frac{6P}{ML} \left(y - \frac{L}{2}\right)$$

向右的速度是移動造成的

$$\vec{V}_{\text{向右}} = \frac{\vec{P}}{M}$$

將兩個方向的速度帶回等式

$$\frac{6P}{ML} \left(y - \frac{L}{2} \right) = \frac{P}{M}$$

經過化簡可得到

$$y - \frac{L}{2} = \frac{L}{6} \Rightarrow y = \frac{2}{3}L$$

因此我們得到如果在木棒距離的 $\frac{2}{3}$ 處敲擊到東西，木棒頂點將不移動。此處我們就稱之為此木棒的甜蜜點。

4. 甜蜜點位置的移動

甜蜜點的確切位置會因為以下幾種原因而變動

A. 木棒的形狀

木棒的形狀會影響到甜蜜點位置的最直接原因就是，不同形狀可能會造成質量的不均勻，上面的推導是建立在均勻質量的木棒這個條件上。如果質量不均勻，不但會影響物體質心位置，進而改變動量 P 的力矩，轉動慣量也不會是上面所使用的 $I = \frac{ML^2}{12}$ 。

B. 手握的位置

通常在打棒球時，我們不太可能握著球棒的最頂端，當我們把固定點向木棒內部移動，將會影響 y 值以及旋轉速度 $\vec{\omega} \times \vec{r}$ 中的 r ，因此甜蜜點的位置也將發生變化。

References

- [1] https://www.youtube.com/watch?v=mA_8qo1Nf1A
- [2] <https://www.youtube.com/watch?v=wVPIs9d5Sa8>
- [3] <https://blog.xuite.net/fwggpoj/wretch/116941135-%E7%90%83%E6%A3%92%E7%9A%84%E3%80%9D%E7%94%9C%E8%9C%9C%E9%BB%9E%E3%80%9E%E6%98%AF%E5%A6%82%E4%BD%95%E9%80%A0%E6%88%90%E7%9A%84%3F>
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/Center_of_percussion